

# Experimenty se systémem Vernier

## Kam se ztrácí energie?



Petr Kácovský, KDF MFF UK

Tyto experimenty vznikly v rámci diplomové práce „Využívání dataloggerů ve výuce fyziky“, obhájené v květnu 2012 na MFF UK v Praze.

Materiály je možné volně používat pro výukové účely.

# Kapitola 5

## Experimenty

### 5.1 Kam se ztrácí energie?

#### 5.1.1 Provedení a zpracování měření

**Anotace:** Cílem experimentu je proměřit úbytek celkové mechanické energie skákajícího míčku v čase.

**Klíčové kompetence ([1]):**

*Gymnaziální vzdělávání – Kompetence k řešení problémů – žák:*

- uplatňuje při řešení problémů vhodné metody a dříve získané vědomosti a dovednosti, kromě analytického a kritického myšlení využívá i myšlení tvořivé s použitím představivosti a intuice
- kriticky interpretuje získané poznatky a zjištění a ověřuje je, pro své tvrzení nachází argumenty a důkazy, formuluje a obhajuje podložené závěry

**Očekávané výstupy ([1]):**

*Gymn. vzdělávání – Člověk a příroda – Fyzika – Pohyb těles a jejich vzájemné působení:* Žák využívá zákony zachování některých důležitých fyzikálních veličin při řešení problémů a úloh.

*Gymn. vzdělávání – Člověk a příroda – Fyzika – Fyzikální veličiny a jejich měření:* Žák měří vybrané fyzikální veličiny vhodnými metodami, zpracuje a vyhodnotí výsledky měření.

#### **Teoretický úvod:**

Mechanická energie tělesa se tak, jak se s ní studenti seznamují v učivu mechaniky, skládá z kinetické energie  $E_k$  a potenciální energie  $E_p$ . Pohybuje-li se míček o hmotnosti  $m$  rychlostí  $v$ , je jeho kinetická energie:  $E_k = \frac{1}{2}mv^2$ . Potenciální energie tohoto míčku je pak:  $E_p = mgh$ , kde  $m$  je jeho hmotnost,  $g$  je tíhové zrychlení a  $h$  je vertikální vzdálenost (výška) nad zvolenou nulovou hladinou. Zanedbáváme rotační kinetickou energii míčku, která souvisí s otáčením míčku kolem jeho osy.

Zákon zachování mechanické energie říká, že součet kinetické a potenciální energie je v izolované soustavě konstantní, v reálných situacích má ale tento zákon velmi omezenou platnost. Odpořem vzduchu, deformacemi míčku i podložky při dopadu apod. jsou způsobeny přeměny mechanické energie míčku na tzv. vnitřní energii (značka  $U$ ). Ta je tvořena zejména kinetickou a potenciální energií částic (částic míčku,

podložky i okolního vzduchu); existence těchto energií vyplývá z kinetické teorie látek.

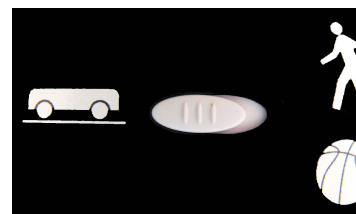
V našem experimentu určíme závislost polohy a rychlosti skákajícího míčku na čase, ze známé hmotnosti míčku pak v každém okamžiku snadno určíme jeho kinetickou a potenciální energii. Vynesení závislosti jejich součtu na čase se přesvědčíme o postupné přeměně mechanické energie míčku na energii vnitřní.

**Potřebné měřicí vybavení:** Návod byl zpracován s čidlem pohybu Vernier Go!Motion a programem Logger Pro. Alternativně lze užít tyto kombinace:

- program Logger Pro + čidlo Vernier MD-BTD
- rozhraní Vernier LabQuest + čidlo Vernier MD-BTD / Vernier Go!Motion

**Další pomůcky:** pingpongový míček, tenisový míček, posuvné měřítko, laboratorní váhy – vhodné s přesností alespoň 0,1 g

**O čidle pohybu Vernier Go!Motion:** Čidlo měří pomocí odrazu ultrazvukových vln od předmětu jeho vzdálenost a dopočítává také rychlost a zrychlení předmětu. Dokáže zachytit předměty ve vzdálenosti 20 cm až 6 m od měřicí hlavy. Pod touto výklopnou hlavou je umístěn přepínač, který reguluje šířku kužele ultrazvukových vln - pro naše měření použijeme polohu vlevo (poloha „voziček“, obr. 5.1). K počítači se čidlo připojuje pomocí USB portu.



Obrázek 5.1: Přepínač

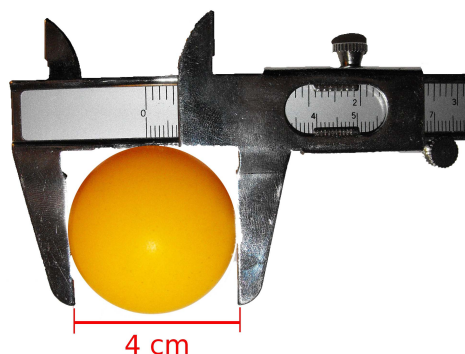
### **Provedení měření:**

1. Pomocí laboratorních vah určete hmotnost  $m$  pingpongového míčku (obr. 5.2). V tomto experimentu  $m = 2,3$  g.

2. Pomocí posuvného měřítka určete průměr  $d$  pingpongového míčku (obr. 5.3). Standardizovaný průměr je 40 mm. V tomto experimentu skutečně  $d = 4,0$  cm.



Obrázek 5.2: Vážení míčku



Obrázek 5.3: Měření průměru míčku

3. Prostřednictvím USB portu připojte k počítači čidlo pohybu. Spusťte program Logger Pro a vyčkejte, až dojde k automatickému rozpoznání čidla. Čidlo umístěte tak, aby měřilo kolmou vzdálenost k podlaze (lze jej upevnit například do stativu nebo prostě jen položit na stůl a vyklopit měřící hlavu o 180°, viz obr. 5.4). Nyní nechte proběhnout zkušební měření, které spustíte tlačítkem *Zahájit sběr dat* (obr. 4.3).



Obrázek 5.4: Umístění čidla

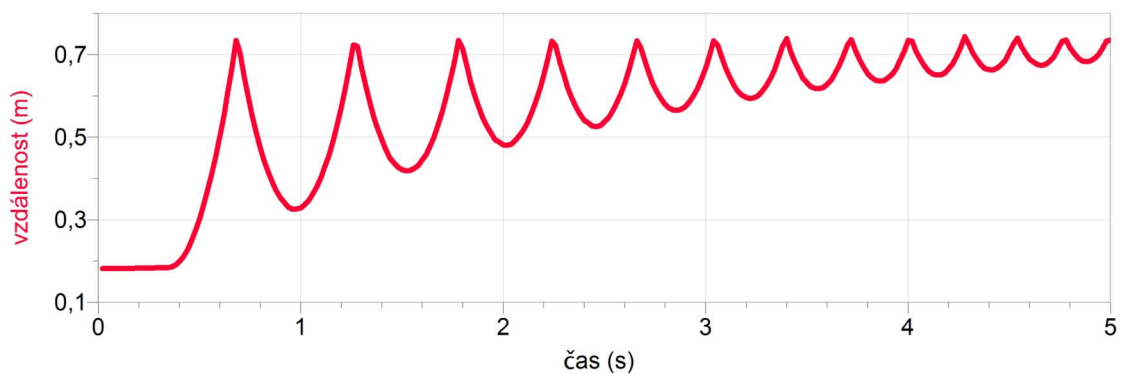
vzdálenost  
0,772 m

Obrázek 5.5:  $h_0 = 0,772$  m

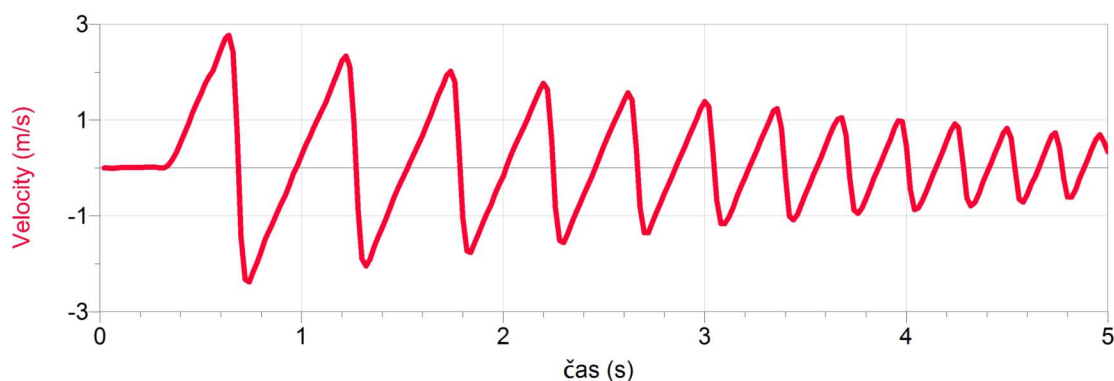
V levém dolním rohu se ukáže hodnota aktuální naměřené vzdálenosti k podlaze (obr. 5.5), označme ji např.  $h_0$ . Tuto hodnotu si poznamenejte. (Pokud během tohoto měření docházelo k dramatickým výkyvům hodnot, dochází nejspíš někde k parazitním odrazům - zkontrolujte, že mezi čidlem a míčkem není překážka - roh ubrusu apod.)

4. Klávesovou zkratkou CTRL+D (nebo tlačítkem *Sběr dat*, obr. 4.3) vyvolejte okno *Sběr dat* a zadejte délku měření **5 sekund** a vzorkovací frekvenci **50 vzorků za sekundu**. Potvrďte tlačítkem *Hotovo*.

5. Uchopte míček a podržte jej asi 15-20 cm pod měřící hlavou čidla (menší vzdálenost čidlo pohybu nezaznamená). Tlačítkem *Zahájit sběr dat* spusťte měření a vzápětí pusťte míček na zem. Po 5 sekundách se měření automaticky ukončí. Program nyní zobrazuje závislost polohy míčku a jeho rychlosti na čase, které mohou vypadat například jako na obrázku 5.6 a 5.7. Jejich velikost můžete přizpůsobit tlačítkem *Automatické měřítko* (obr. 4.3).



Obrázek 5.6: Závislost polohy míčku na čase



Obrázek 5.7: Závislost rychlosti míčku na čase

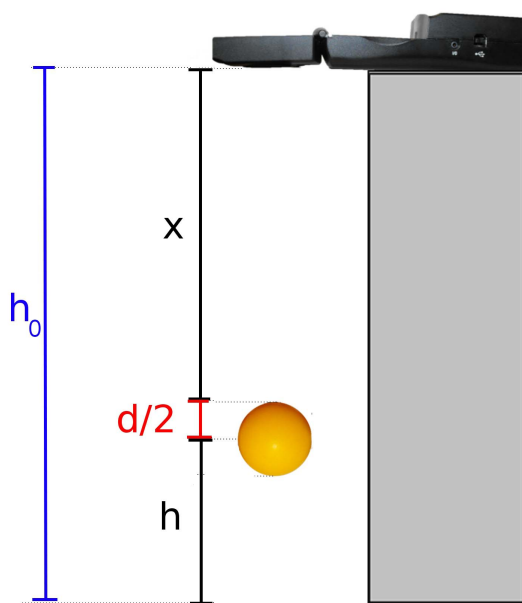
### Zpracovaných naměřených dat:

1. Program zaznamenal v každém okamžiku vzdálenost  $x$  míčku od čidla, rychlost  $v$  a zrychlení  $a$  míčku. V každém okamžiku jsme tedy schopni určit kinetickou a potenciální energii míčku. Výpočty provedeme přímo v programu Logger Pro.

2. Pro určení potenciální energie definujeme její nulovou hladinu v úrovni podlahy. Uvědomme si, že čidlo pohybu měří vždy vzdálenost horního okraje míčku od čidla (od horního okraje se ultrazvukové vlny odrazí nejdříve). Aktuální výšku těžiště míčku nad podlahou  $h$  tak určíme jako:  $h = h_0 - \frac{d}{2} - x$  (obr. 5.8).

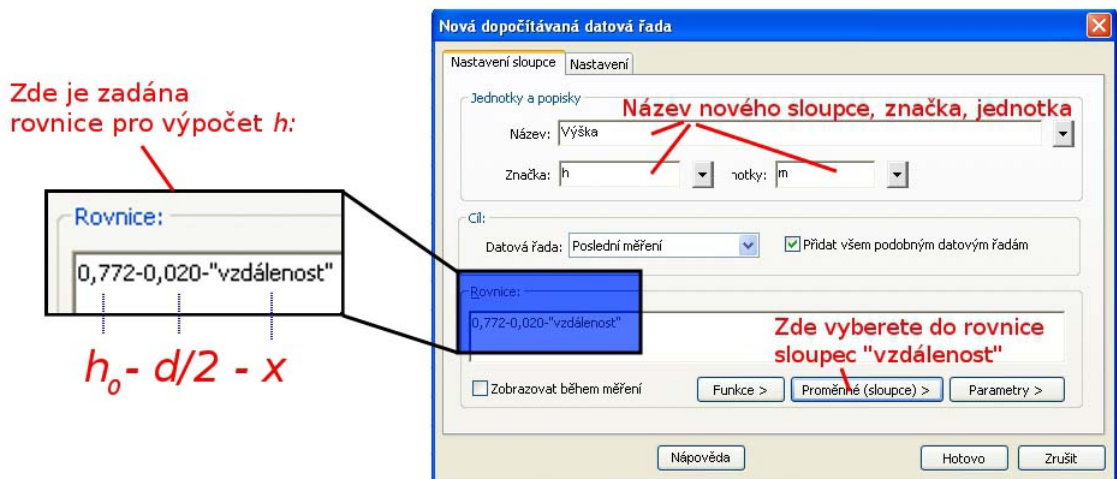
Na hlavním panelu vybereme *Data - Nový dopočítávaný sloupec* a nové okno vyplníme podle obrázku 5.9. Program Logger Pro nyní pracuje s naměřenými hodnotami podobně jako např. se sloupci v Excelu a vytvoří nový sloupec, který bude obsahovat výšku těžiště míčku nad zvolenou nulovou hladinou v každém okamžiku.

(Pozn.: Je zjevné, že tato výška by měla být větší než poloměr míčku, tedy 2 cm. Přesto je ale pravděpodobné, že vlivem chyb měření, deformací míčku a omezené vzorkovací frekvence čidla bude několik hodnot menších než 2 cm, tj. jako by se míček „zarýval“ do podložky.)



Obrázek 5.8: Geometrie měření

3. Příkazem *Data - Nový dopočítávaný sloupec* vytvoříme další sloupec, nazveme jej „Potenciální energie“ a do výpočetní formule dosadíme  $E_p = mgh$  (obr. 5.10), kde  $m$  i  $g$  známe a  $h$  v každém okamžiku jsme si připravili v předchozím sloupci. Výsledný sloupec obsahuje hodnoty potenciální energie míčku v každém okamžiku.



Obrázek 5.9: Okno nového sloupce „Výška“

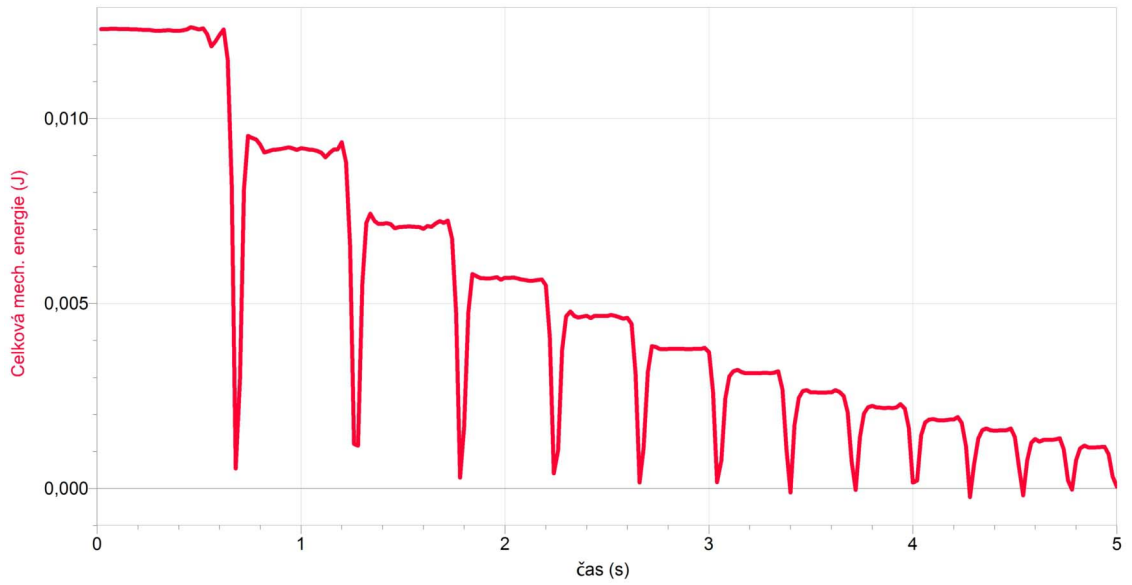


Obrázek 5.10: Zadání rovnic pro potenciální a kinetickou energii

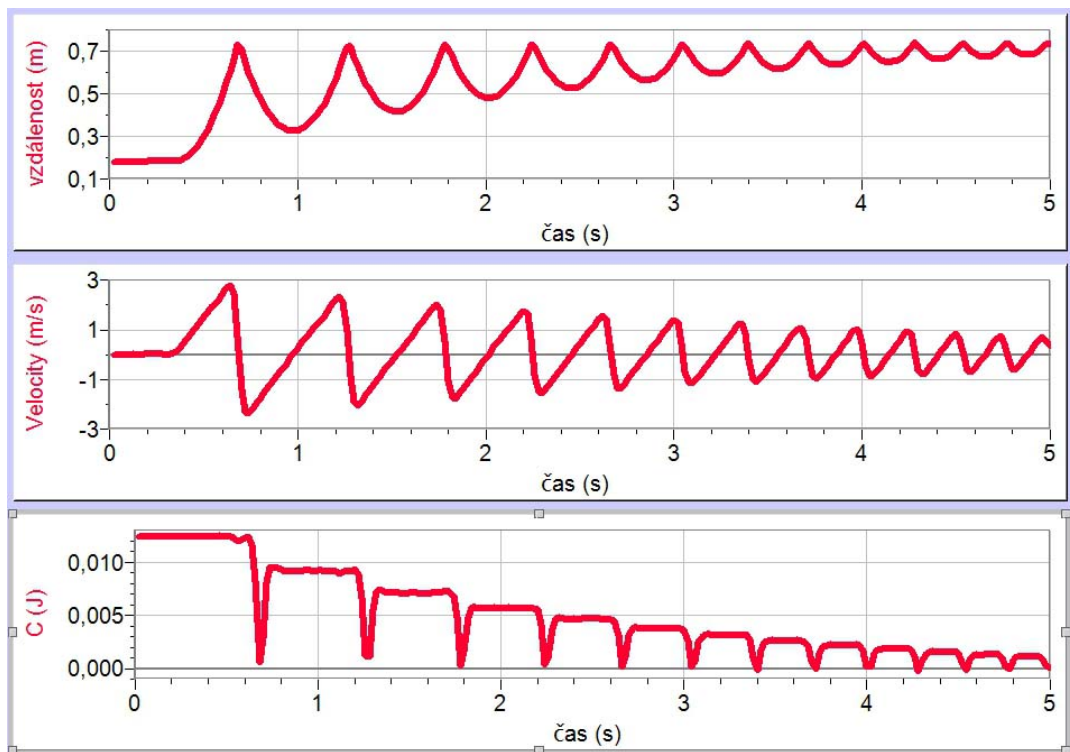
4. Také pro výpočet kinetické energie použijeme příkaz *Data - Nový dopočítávaný sloupec*. Nový sloupec nazveme „Kinetická energie“ a do výpočetní formule dosadíme vztah  $E_k = \frac{1}{2}mv^2$  (obr. 5.10), kde  $m$  známe a  $v$  v každém okamžiku jsme naměřili čidlem pohybu. Výsledný sloupec obsahuje hodnoty kinetické energie míčku v každém okamžiku.

5. Nakonec sestrojíme naposledy nový sloupec, ve kterém kinetickou a potenciální energii v každém okamžiku sečteme (tedy sečteme odpovídající sloupce). Tento sloupec nazveme „Celková mechanická energie míčku“.

6. Abychom se podívali na závislost celkové mechanické energie v čase, vybereme na hlavním panelu *Vložit - Graf*. Není-li závislou proměnnou celková mechanická energie, nastavíme ji na ose  $y$  po klepnutí na popisek osy. Po roztažení grafu na plochu obrazovky může výsledná závislost vypadat např. jako na obrázku 5.11. Překvapením mohou být periodicky se objevující píky, ve kterých klesá celková mechanická energie míčku téměř na nulu. Ze srovnání s grafy polohy a rychlosti (obr. 5.12) je patrné, že píky odpovídají okamžikům dopadu míčku na podlahu a následného odrazu. V těchto okamžicích má míček nulovou potenciální energii a jeho rychlost právě mění směr - velikost kinetické energie je tedy na krátkou dobu blízka nule. Veškerá mechanická energie míčku je v tu chvíli přeměněna na energii pružnosti podložky (= podlahy) a energii pružnosti míčku.



Obrázek 5.11: Výsledná závislost celkové mechanické energie míčku na čase



Obrázek 5.12: Srovnání závislostí polohy, rychlosti a celk. mech. energie na čase

## 5.1.2 Poznámky, otázky a úkoly

### Příprava experimentu

- Před měřením zkontrolujte, že čidlo pohybu neměří parazitní odrazy od překážek, které se nechtěně dostávají do kužele ultrazvukových vln - typicky překáží přímo vlastní kabel čidla nebo ruka, která při spuštění měření drží míček.
- Je třeba, aby podlaha v místě skákání byla zcela rovná. V opačném případě míček během sledovaných pěti sekund snadno „odskáče“ mimo dosah čidla. Jiný problém představuje vyduť linoleum, na kterém se skákání téměř okamžitě utlumí. Vhodnou podložku je třeba před měřením vyzkoušet.

### Během měření

- Přes veškerou snahu se měření nemusí zdařit na první pokus, velice záleží na způsobu, jakým míček pustíte. Doporučuji vyzkoušet správný „styl pouštění“.

### Při zpracování naměřených dat

- Dupočítávané energie jsou vzhledem k malé hmotnosti míčku velmi malá čísla, typicky setiny joulu. Program automaticky zaokrouhluje na dvě desetinná místa, což v tomto případě není dostačující. Pravým tlačítkem klikněte na tabulku hodnot, vyberte *Nastavení sloupce*, zvolte sloupec s kinetickou nebo potenciální energií a v záložce *Nastavení - Přesnost* nastavte 5 desetinných míst. Potvrďte tlačítkem *Hotovo*.

### Otázky pro studenty

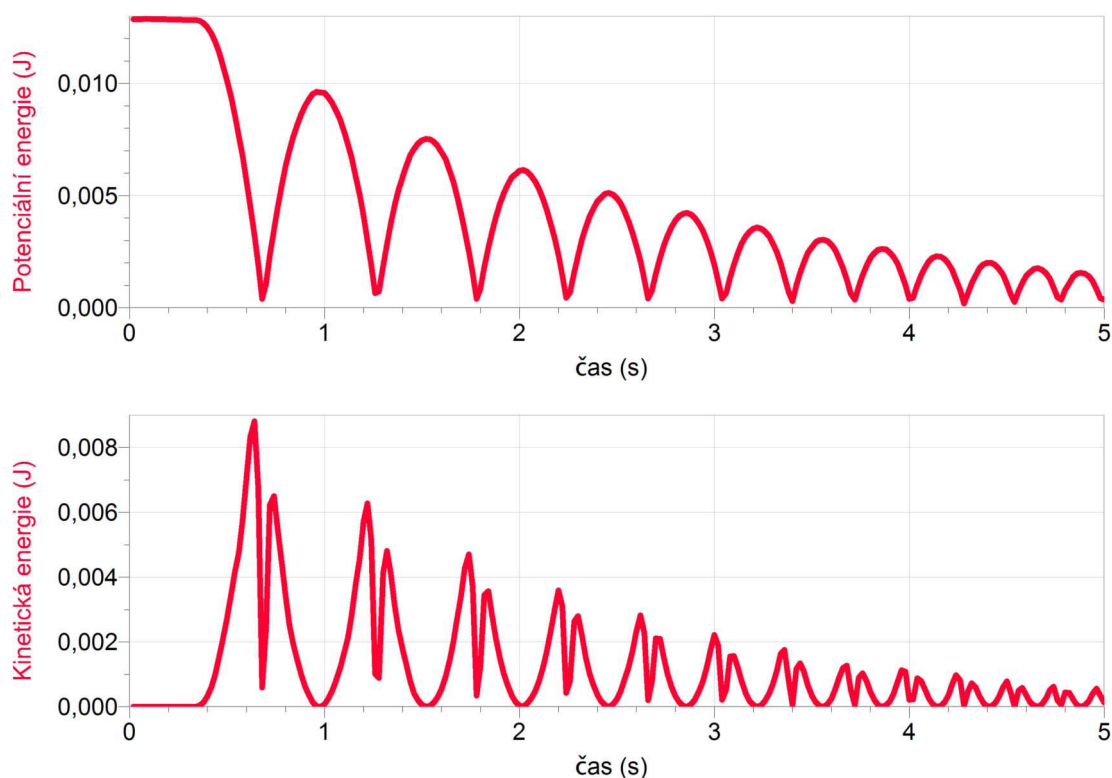
1. Co je to vnitřní energie tělesa? Jaké druhy energie do ní zahrnujeme?  
⇒ Vnitřní energií rozumíme energii částic, které těleso tvoří. Tato energie souvisí s vnitřní částicovou stavbou tělesa a zahrnuje kinetickou, potenciální, chemickou či jadernou energii částic, energii elektronů v obalech atomů apod. (Zahrnované formy energie se někdy liší.)
2. V úloze pracujeme s kinetickou a potenciální energií míčku. Přesto jednu makroskopickou složku mechanické energie zanedbáváme - kterou?  
⇒ Ve skutečnosti se nezabýváme celkovou kinetickou energií, ale pouze kinetickou energií posuvného pohybu. Zcela zanedbáváme kinetickou energii rotačního pohybu.
3. Jaké další nepřesnosti při měření jistě vznikají?  
⇒ V ideálním případě by míček opakovaně dopadal do téhož místa kolmo pod bodem vypuštění. Reálně se takového stavu spíše nepodaří dosáhnout, vlivem nestejných odrazů se místo dopadu mění, což ovlivňuje také vzdálenost měřenou pohybovým čidlem.
4. Který vliv víc přispívá k přeměnám mechanické energie na energii vnitřní („ztrátám“) - odpor vzduchu, nebo nárazy míčku na podložku?  
⇒ Zcela jednoznačně mají větší vliv nárazy. Zatímco během letu vzhůru i dolů se celková mech. energie míčku zmenšuje takřka neznatelně, po každém odrazu se skokově snižuje.
5. Interpretujte graf závislosti celkové mechanické energie na čase. Jak vysvětlíme píky nízkých hodnot? Co se v tu chvíli děje s „chybějící“ energií?  
⇒ Viz text.



### 5.1.3 Rozšíření úlohy

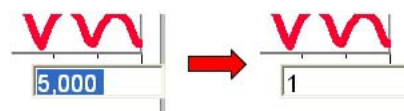
Ukázali jsme závislost celkové mechanické energie skákajícího míčku na čase a úvahou jsme zdůvodnili, proč se v ní objevují v pravidelných intervalech píky s nízkými hodnotami. Abychom si správnost této úvahy ověřili, podíváme se nyní na vývoj potenciální a kinetické energie v čase:

1. Označením a stiskutím klávesy *Delete* smažeme všechny zobrazené grafy. Na hlavním panelu zvolíme dvakrát za sebou *Vložit - Graf*. Po kliknutí na popisek osy *y* nastavíme jako závislou proměnnou v případě prvního grafu potenciální, v případě druhého grafu kinetickou energii. Obě závislosti ukazují obrázek 5.13:



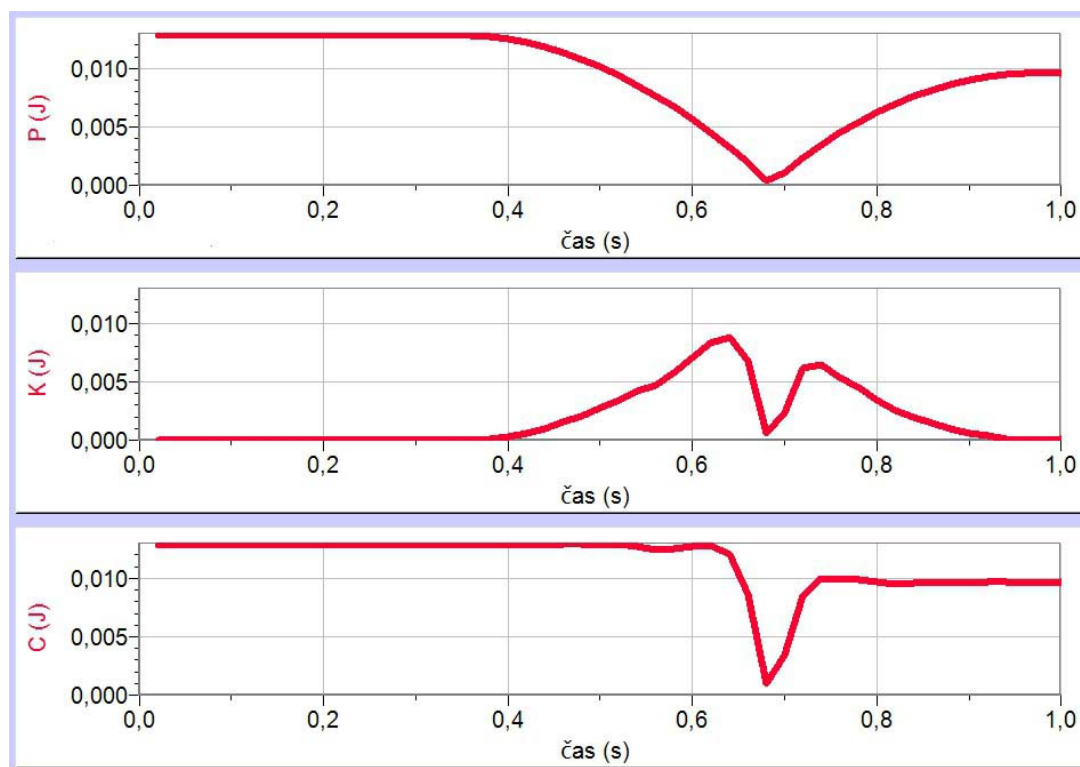
Obrázek 5.13: Závislost potenciální (nahore) a kinetické (dole) energie na čase

2. Grafy potvrzují naši domněnku, že píky v grafu celkové mechanické energie jsou způsobeny pravidelným prudkým poklesem kinetické energie při změně směru rychlosti míčku. Podívejme se detailněji na přeměnu potenciální energie v kinetickou před prvním nárazem míčku. Klikněte na pravou značku vodorovné osy a hodnotu 5 sekund přepište na 1 sekundu (obr. 5.14).



Obrázek 5.14: Změna rozsahu osy

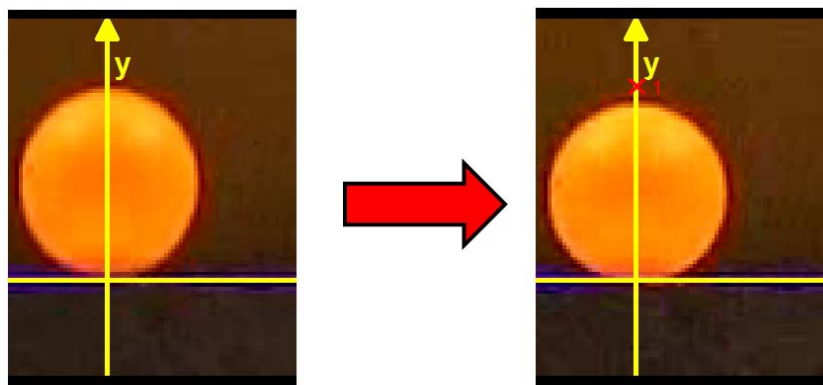
3. V přiblížení si nyní můžeme prohlédnout první sekundu děje. Vidíme, že v okamžiku, kdy je nulová potenciální energie, se nule blíží také energie kinetická (změna směru rychlosti) - maximum kinetické energie tedy reálně předchází minimu energie potenciální. Srovnání vývoje kinetické, potenciální a celkové mechanické energie v první sekundě nabízí obr. 5.15.



Obrázek 5.15: Vývoj potenciální, kinetické a celkové mechanické energie v první sekundě

Skutečnost, že maximum kinetické energie předchází minimu energie potenciální, je vhodné vysvětlit. Za tuto nesymetrii zodpovídá deformace míčku během dopadu na podložku. V okamžiku dopadu na podložku se míček začíná deformovat, dochází k jeho zplošťování ve vertikálním směru. Horní okraj míčku tedy ještě několik okamžiků po nárazu pokračuje v pohybu směrem svisle dolů (proto nadále klesá potenciální energie, právě polohu horního okraje čidlo registruje), na druhou stranu je již tento pohyb pomalejší než během volného pádu, proto kinetická energie rychle klesá.

Tuto úvahu můžete se studenty snadno provést, pro její potvrzení byl ve vzorovém měření použit rychloběžný fotoaparát. Na obrázku 5.16 je patrné, jak se mění tvar míčku mezi okamžikem dopadu na podložku a okamžikem, kdy je deformace míčku největší (tj. horní okraj se nepohybuje). Je patrné, že časový interval mezi těmito dvěma okamžiky, tj. přibližně 0,04 sekundy, velmi dobře koresponduje s dobou, za kterou poklesne kinetická energie z maximální hodnoty na nulovou (obr. 5.15).

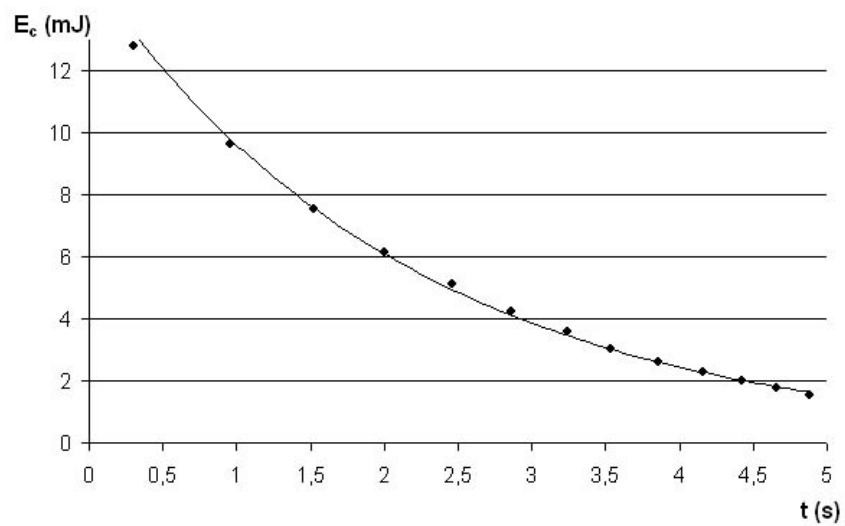


Snímek nalevo zachycuje míček v okamžiku dopadu, snímek napravo pak v okamžiku, kdy je míček nejvíce zdeformován. (Červená značka ukazuje polohu horního okraje míčku na předchozím snímku.) Oba snímky od sebe dělí časový úsek přibližně 0,04 s; zploštění míčku ve vertikálním směru činí asi 2 mm.

Obrázek 5.16: Deformace míčku při dopadu (použití programu Avistep)

### Otázky pro studenty - k rozšíření

1. V některých okamžicích jste pravděpodobně získali zápornou hodnotu potenciální energie. Znamená to, že míček se „zarývá“ do podlahy?  
 ↳ V těchto případech narážíme na hranice přesnosti našeho měření. Přesnost, se kterou čidlo pohybu měří vzdálenost, je  $\pm 1$  mm, velmi snadno tedy v okamžiku dopadu míčku naměříme „zápornou“ výšku nad nulovou hladinou.
2. Díváme-li se na přiblížení přeměn energie během první sekundy děje, vidíme v čase mezi 0,5 a 0,6 sekundy nejdříve pokles, ale poté opět nárůst celkové mechanické energie. Co mohlo tento výkyv způsobit?  
 ↳ Opět se pohybujeme na hranici naší přesnosti, může jít o náhodnou chybu, svoji roli může hrát také zanedbání rotační kinetické energie míčku.
3. Píky v grafu celkové mechanické energie na čase dost dobře neumožňují proložit grafem křivku, která by pokles energie analyticky popisovala. Navrhněte způsob, kterým to lze udělat. Má rozumný smysl takovou křivku konstruovat?  
 ↳ Například můžeme vždy v polovině časového intervalu mezi dvěma dopady odečíst aktuální hodnotu celkové mechanické energie a sestavit závislost pouze z těchto hodnot. V případě vzorového řešení dostaneme závislost na obrázku 5.17. Takovou závislost lze proložit velmi dobře exponenciálou. Vidíme ale, že naše snaha aproximovat naměřená data neodpovídá realitě - v reálu docházelo ke ztrátám energie vždy skokově, mezi dvěma nárazy, nikoliv plynulým poklesem.



Obrázek 5.17: Exponenciální závislost se nejvíce blíží matematickému popisu úbytku celkové mechanické energie v čase, nevystihuje ale skokové ztráty energie během nárazů.