

Experimenty se systémem Vernier

Tuhnutí vody



Petr Kácovský, KDF MFF UK

Tyto experimenty vznikly v rámci diplomové práce „Využívání dataloggerů ve výuce fyziky“, obhájené v květnu 2012 na MFF UK v Praze.

Materiály je možné volně používat pro výukové účely.

5.6 Tuhnutí vody

5.6.1 Provedení a zpracování měření

Anotace: Cílem experimentu je ukázat závislost teploty na čase při ochlazování a tuhnutí vody v mrazničce.

Klíčové kompetence ([1]):

Gymnaziální vzdělávání – Kompetence k řešení problémů – žák:

- vytváří hypotézy, navrhuje postupné kroky, zvažuje využití různých postupů při řešení problému nebo ověřování hypotézy
- uplatňuje při řešení problémů vhodné metody a dříve získané vědomosti a dovednosti, kromě analytického a kritického myšlení využívá i myšlení tvořivé s použitím představivosti a intuice
- kriticky interpretuje získané poznatky a zjištění a ověřuje je, pro své tvrzení nachází argumenty a důkazy, formuluje a obhajuje podložené závěry

Gymnaziální vzdělávání – Kompetence komunikativní – žák:

- efektivně využívá moderní informační technologie

Očekávané výstupy ([1]):

Gymn. vzdělávání – Člověk a příroda – Fyzika – Fyzikální veličiny a jejich měření: Žák měří vybrané fyzikální veličiny vhodnými metodami, zpracuje a vyhodnotí výsledky měření.

Teoretický úvod:

Předmětem našeho zkoumání bude děj, při kterém budeme látce - v tomto případě vodě - odebírat teplo. (Analogicky bychom mohli popisovat děj, při kterém by se teplo dodávalo.) Obecně lze průběh takového děje rozdělit do dvou fází:

1. **Nedochází ke změně skupenství.** Látka odevzdává svému okolí teplo Q , které lze vypočítat jako:

$$Q = cm\Delta t, \quad (5.22)$$

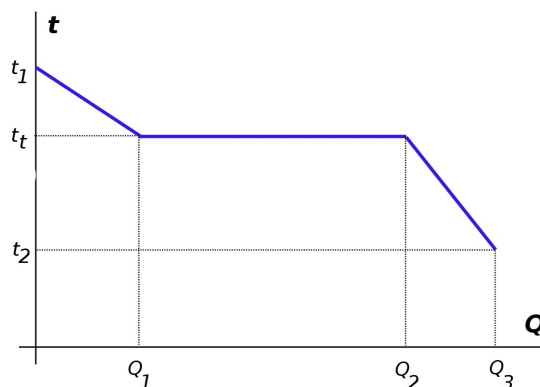
kde m je hmotnost ochlazované látky, Δt pokles teploty a c **měrná tepelná kapacita**, materiálová konstanta vyjadřující „ochotu“ látek přijímat či odevzdávat teplo. Pro vodu je hodnota měrné tepelné kapacity (při 25 °C) rovna $c_1 = 4180 \text{ J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ - abychom ochladili jeden kilogram vody o jeden kelvin, musíme mu odebrat teplo 4180 J. Měrná tepelná kapacita mírně závisí na teplotě, v našem rozmezí teplot ji ale lze považovat za konstantu. Měrná tepelná kapacita není vlastností chemického složení, ale struktury látky - led má stejné chemické složení jako voda, ale jeho měrná tepelná kapacita je $c_2 = 2090 \text{ J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$.

2. **Dochází ke změně skupenství.** Dochází-li ke změně skupenství, teplota látky se ustálí na teplotě skupenského přechodu (v našem případě na teplotě tuhnutí) a veškeré teplo L_t , které látce odebíráme, pochází z přeměn chemických vazeb, které nemění teplotu látky. Toto teplo se nazývá skupenské teplo tuhnutí a určíme jej jako:

$$L_t = ml_t \quad (5.23)$$

kde m je hmotnost tuhnoucí látky a l_t **měrné skupenské teplo tuhnutí**, materiálová konstanta. Pro skupenskou přeměnu voda-led je hodnota měrného skupenského tepla tuhnutí rovna $l_t = 334\,000\text{ J}\cdot\text{kg}^{-1}$ - abychom 1 kg vody o teplotě 0 °C přeměnili na led o téže teplotě, musíme mu odebrat teplo 334 kJ.

Graf na obrázku 5.48 ukazuje závislost teploty na odebíraném teple pro látku s teplotou tuhnutí t_t . Během odebírání tepla Q_1 dochází k postupnému ochlazení kapaliny na teplotu tuhnutí, teplo $Q_2 - Q_1$, odebrané při změně skupenství, je rovno skupenskému teplu tuhnutí L_t . Další odebírání tepla způsobuje ochlazení nyní již pevné látky.



Obrázek 5.48: Průběh teploty - odebírání tepla Q

Potřebné měřicí vybavení: Návod byl zpracován s bodovým teplotním čidlem Vernier STS-BTA, rozhraním Vernier Go!Link a programem Logger Pro. Alternativně lze užít tyto kombinace:

- místo programu Logger Pro program Logger Lite či rozhraní Vernier LabQuest coby samostatný měřicí nástroj
- pro připojení k počítači lze namísto rozhraní Go!Link vždy použít rozhraní LabQuest nebo LabQuest Mini

Další pomůcky: laboratorní váhy, polystyrenová podložka, víčko od PET lahve, izolepa

O bodovém teplotním čidle Vernier STS-BTA: Čidlo měří teplotu v rozsahu -25 °C až 125 °C s přesností nejhůře $\pm 0,5\text{ °C}$ (při teplotách kolem 0 °C udává výrobce přesnost $\pm 0,2\text{ °C}$). Jeho provedení v podobě termistoru zabudovaného do malé měřicí pecičky minimalizuje tepelnou kapacitu čidla.

Provedení měření:

1. Pomocí rozhraní Vernier Go!Link připojte k počítači bodové teplotní čidlo Vernier STS-BTA a vyčkejte na jeho automatickou detekci.

2. Klávesovou zkratkou CTRL+D vyvolejte okno *Sběr dat*, nastavte délku měření 90 minut a vzorkovací frekvenci 1 Hz. Potvrďte tlačítkem *Hotovo*.

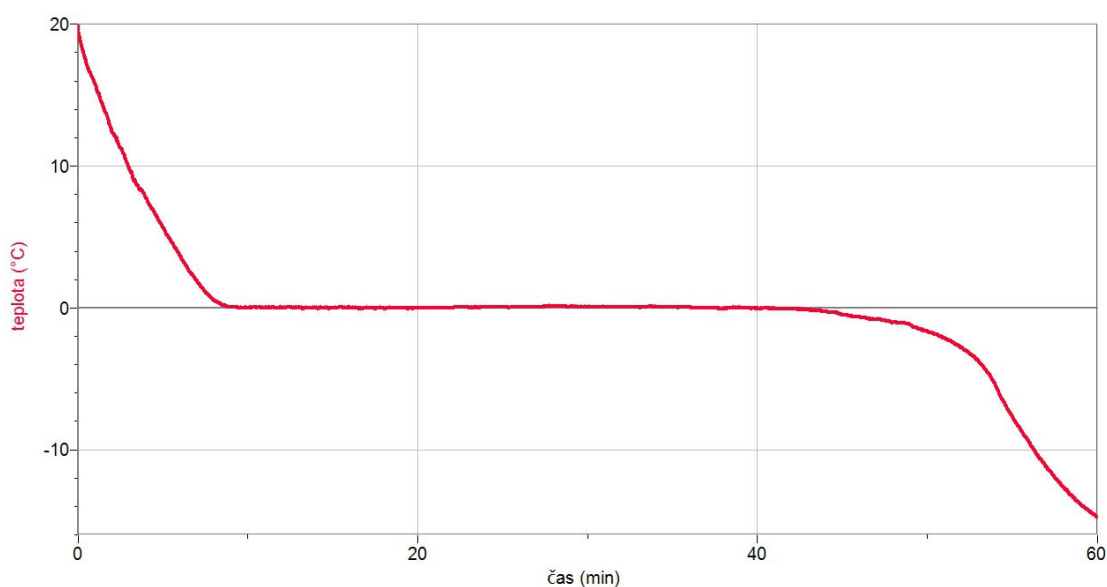
3. Nyní položte na laboratorní váhy víčko od PET lahve, vynulujte váhy a nalijte do víčka vodu asi do tří čtvrtin jeho výšky. Zapište si naměřenou hmotnost vody. Typické hodnoty se budou pohybovat mezi 3 až 4 gramy, jsou-li nižší, můžete přenastavit dobu měření na pouhých 60 minut.

4. Umístěte víčko na polystyrenovou podložku a zaveďte do něj bodové teplotní čidlo tak, aby se nedotýkalo dna ani stěn víčka (obr. 5.49). Je vhodné kabel čidla přilepit izolepou k polystyrenové podložce, čímž se jeho poloha ve vodě zafixuje.



Obrázek 5.49: Vážení vody ve víčku, zavedení teplotního čidla do vody

5. Vložte podložku s víčkem i teploměrem do mrazničky, tlačítkem *Zahájit sběr dat* (obr. 4.3) spusťte měření a přivřete mrazničku. Po uplynutí nastavené doby měření se záznam dat automaticky ukončí, vzorově naměřenou závislost ukazuje obrázek 5.50.



Obrázek 5.50: Vzorová závislost teploty na čase, doba měření: 60 minut

Zpracování naměřených dat:

Pokusíme se odpovědět na otázku, zda lze z naměřené závislosti nějak vyčíst vztah mezi měrnou tepelnou kapacitou vody a měrným skupenským teplem tuhnutí skupenské přeměny voda-led. Provedeme některé zjednodušující předpoklady, které nám dovolí pomocí jedné z těchto veličin odhadnout druhou, byť o přesný kvantitativní popis se rozhodně nejedná - spíše než v dopočtení číselného výsledku tkví přínos úlohy v některých úvahách.

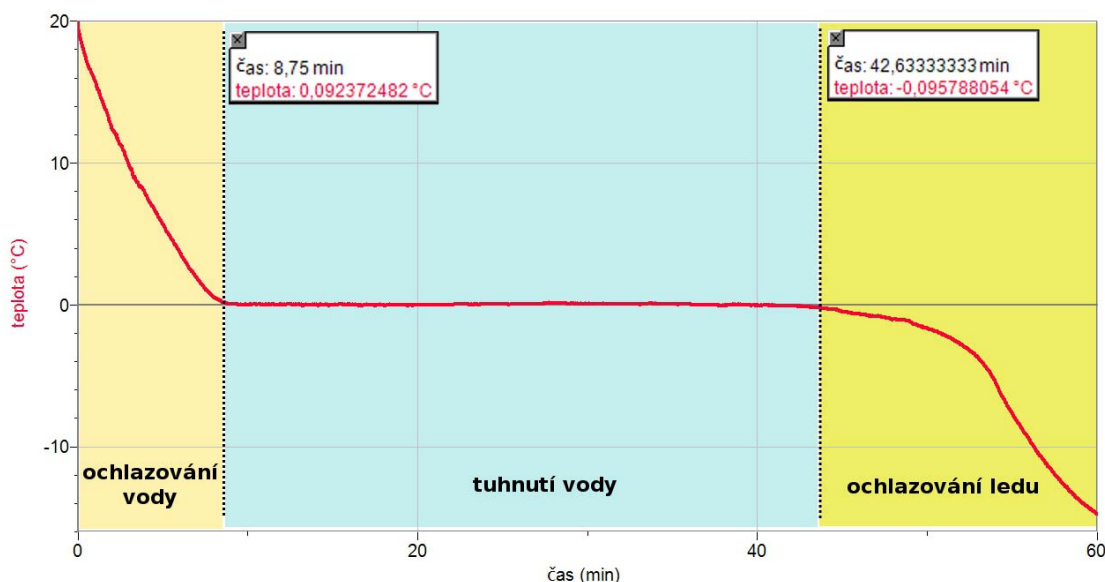
1. Rozdělte závislost na tři části:

- ochlazování vody
- tuhnutí vody
- ochlazování ledu

2. Odhadněte časové údaje, které tyto tři části zhruba oddělují, a označte je τ_1 a τ_2 . Rozdělení ukazuje obrázek 5.51 (použitá grafická úprava není v možnostech programu Logger Pro). V případě vzorového měření je $\tau_1 = 8,8$ min a $\tau_2 = 42,6$ min. Zaměříme se nyní na první dvě části závislosti (tj. od počátku měření do času τ_2).

Poloha časové značky τ_2 je do značné míry diskutabilní - voda mění své skupenství postupně (nikoliv v celém objemu naráz), některé části vzniklého ledu se tedy mohou začít prochlazovat dříve, než kapalina v celém svém objemu ztuhne (záleží tedy na konkrétním umístění teplotního čidla v kapalině).

Dle [30] lze pro tuhnutí malých objemů vody z vývoje teplotní závislosti určit okamžik úplného ztuhnutí celého objemu kapaliny podle polohy inflexního bodu na teplotní závislosti. To by náš údaj časový údaj τ_2 posunulo na cca 55 minut. Uvedený způsob však dle autora [30] platí pro objemy menší než 1 ml, zatímco v našem vzorovém měření jsme pracovali s objemem trojnásobným.



Obrázek 5.51: Průběh ochlazování a tuhnutí vody (resp. ledu)

3. Provedme nyní tento předpoklad: Látce je za stejné časové úseky odebráno stejné teplo, mraznička tedy pracuje s konstantním průměrným výkonem. Řečeno jiným způsobem - předpokládáme, že ochlazování vody na teplotu tuhnutí je rovnoměrné, tedy závislost teploty na čase lineární.

Při pohledu na graf výsledné závislosti na obr. 5.51 je patrné, že při teplotách nad cca 5 °C je grafem závislosti teploty na čase skutečně přibližně přímka; s tím, jak teplota klesá k teplotě tuhnutí, se její tvar od lineárního průběhu více odchyľuje. Rychlost ochlazování při tepelné výměně totiž závisí na teplotním rozdílu mezi teplejším a chladnějším tělesem, který se během celého děje zmenšuje. O tom svědčí i argument, který může bystrý student použít proti našemu předpokladu - podle něj by se led měl po svém vzniku začít ochlazovat dvojnásobně rychleji než předtím voda, neboť má poloviční měrnou tepelnou kapacitu, přesto měření ukázalo, že tomu tak není.

Dále může předpoklad rovnoměrného chladnutí narušovat fakt, že mraznička během svého chodu „vypíná“ a „zapíná“ (více viz [31]), proto povede naše úvaha pouze k odhadu pro jakousi průměrnou hodnotu výkonu, která cyklus mrazničky zahrnuje.

Cítíme tedy, že náš předpoklad je poměrně odvážný.

4. Za výše uvedeného předpokladu lze výkon během ochlazování kapaliny vyjádřit jako:

$$P_1 = \frac{Q}{\tau_1} = \frac{cm\Delta t}{\tau_1}, \quad (5.24)$$

kde c je měrná tepelná kapacita vody, m její hmotnost a Δt pokles teploty během času τ_1 . Stejně jak lze vyjádřit výkon v průběhu skupenské přeměny:

$$P_2 = \frac{L_t}{\tau_2 - \tau_1} = \frac{ml_t}{\tau_2 - \tau_1}, \quad (5.25)$$

kde l_t je měrné skupenské teplo tuhnutí přeměny voda-led a m hmotnost látky.

5. Z bodu 3 plyne $P_1 \approx P_2$. Po dosazení z rovnic 5.24 a 5.25 a úpravě dostáváme:

$$\frac{c\Delta t}{\tau_1} \approx \frac{l_t}{\tau_2 - \tau_1} \quad (5.26)$$

Známe-li tedy teplotní rozdíl Δt , časy τ_1 a τ_2 a jednu z tepelných materiálových konstant, můžeme druhou konstantu odhadnout. Např. pro měrnou tepelnou kapacitu platí:

$$c \approx \frac{l_t \tau_1}{(\tau_2 - \tau_1) \Delta t} \quad (5.27)$$

6. Hodnoty naměřené ve vzorové závislosti dosadíme do rovnice 5.27 (z grafu určíme hodnotu $\Delta t \doteq 20$ °C):

$$c \doteq \frac{334\,000 \cdot 8}{(42,6 - 8,8) \cdot 20} \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1} \doteq 4300 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1} \quad (5.28)$$

Od tabulkové hodnoty $4180 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ se tedy odchyľujeme o přibližně 3% tabulkové hodnoty. Známe-li naopak hodnotu měrné tepelné kapacity vody, lze z rovnice 5.26 dopočítat měrné skupenské teplo tuhnutí.

5.6.2 Poznámky, otázky a úkoly

Příprava experimentu

- Zafixujte čidlo tak, aby se nedotýkalo stěn ani dna víčka.
- Vzhledem k délce měření je vhodné nechat měření probíhat například na pozadí dvouhodinové laboratorní práce či jiné činnosti, která tématu skupenských přeměn předchází. Na závěr takové hodiny (či dvouhodinovky) můžete žákům naměřenou závislost předvést a motivovat tak hodinu příští.

Během měření

- Kabel bodového teplotního čidla je dostatečně tenký, aby bylo možné mrazničku zcela přivřít.
- Pozor! Upozorněte studenty, že naměřená závislost má jiný fyzikální význam než v učebnicích obvykle znázorňovaná závislost teploty látky na přijatém či odevzdaném teple! V našem případě nevynášíme na vodorovnou osu teplo, ale čas.

Po skončení měření

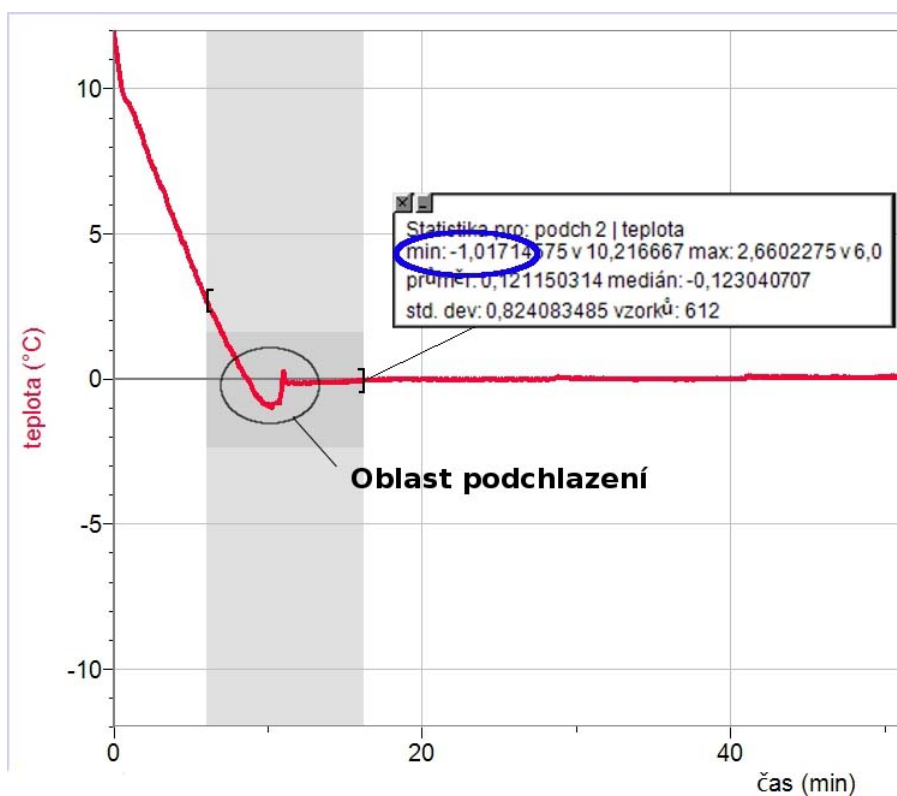
- Omývejte vzniklý led proudem teplé vody, dokud se zcela nerozpustí. V žádném případě se nepokoušejte vyjmout měřicí pecičku čidla přímo z ledu, mohla by se odtrhnout!!
- V části *Zpracování naměřených dat* jsme se odhadem měrné tepelné kapacity vody ze vzorového měření přiblížili tabulkové hodnotě této veličiny s nepřesností několika málo procent. Ze série zkušebně provedených měření vyplynulo, že typicky tato nepřesnost není větší než 20 %.

Otázky a úkoly pro studenty

1. Vlastními slovy interpretujte fyzikální význam měrné tepelné kapacity a měrného skupenského tepla tuhnutí.
→ Viz část *Teoretický úvod*.
2. Pokuste se pomocí měrné tepelné kapacity vody odhadnout měrné skupenské teplo tuhnutí přeměny voda-led (nebo naopak).
→ Viz část *Zpracování naměřených dat*.
3. Jakých zanedbání a idealizací se při tomto odhadu dopouštíme? Kriticky rozeberte náš předpoklad o konstantním průměrném výkonu.
→ Předpoklad rovnoměrného výkonu chlazení je rozebrán v části *Zpracování naměřených dat*. Kromě již zmíněných nepřesností navíc po celou dobu měření zanedbáváme vliv plastového víčka - v jeho případě nedochází ke změně skupenství, víčko se tedy prochlazuje na teplotu v mrazničce a také odnímá vodě teplo.

5.6.3 Rozšíření úlohy: Podchlazení vody

1. Práce s malým objemem vody zvyšuje šanci, se během ochlazování vody klesne její teplota krátkodobě pod teplotu tuhnutí $0\text{ }^{\circ}\text{C}$, aniž by došlo ke změně skupenství. Tento metastabilní stav označujeme jako podchlazení a podrobněji se jím zabývá úloha *Podchlazená kapalina*. Pro ilustraci je přiložen obrázek 5.52, na kterém byla pomocí nástroje *Statistika* na hlavním panelu (obr. 4.3) určena teplota nejhlubšího podchlazení vody jako přibližně $-1\text{ }^{\circ}\text{C}$.



Obrázek 5.52: Podchlazení vody o cca $1\text{ }^{\circ}\text{C}$