

Mezipředmětové vztahy - matematika a přírodovědné předměty

Renata Holubová

Univerzita Palackého, Olomouc, e-mail renata.holubova@upol.cz

Úvod

Jak učit matematiku a přírodovědné předměty, aby byly respektovány mezipředmětové vazby a byla podpořena užší spolupráce jednotlivých učitelů, bylo již často diskutováno. Ne vždy se ale takovýto přístup ve výuce daří realizovat. V rámci projektu Mat²SMc (Materials for teaching together) jsou připravovány materiály, které by měly umožnit uvedenou spolupráci realizovat. Důraz je kladen na propojení matematiky s ostatními přírodními vědami, aplikaci v každodenním životě a podporu vlastní aktivity žáků. Řada materiálů využívá podporu ICT. Veškeré materiály budou dostupné na stránkách projektu <http://www.mat2smc-project.eu/>.

V tomto příspěvku jsou uvedeny příklady dvou témat – transport vlhkosti v materiálu (připraven na UP v Olomouci) a nanomateriály – model fullerenu (připraven na Univerzitě Šiauliu, Litva).

Příklad 1 – Transport vlhkosti

Využití mezipředmětových vztahů – matematika (lineární funkce, grafy funkcí), fyzika (vlastnosti kapalin – voda, kapilární jevy), technika (stavební materiály)

Motivace - změna klimatu a extrémní projevy počasí – silné bouře a záplavy.

Brainstorming – může se budova zřítit i po delší době, co byla zatopena?

Aktivity – studium vlastností stavebních materiálů, laboratorní práce – určení koeficientu nasákavosti materiálu, porovnání různých druhů materiálů, seznámení se s kapilárním transportem vody

Diskuse - žáci vyhledají další informace o stavebních materiálech a diskutují jejich výhody a nevýhody při použití na stavbu obytných budov.

Transport vlhkosti ve stavebních materiálech

Motivace

Metoda: brainstorming

Základní otázka pro diskusi: změna klimatu, extrémní projevy počasí

Klima na Zemi se mění. Původně, vydatné deště, vichřice, tornáda se objevují stále častěji i v oblastech, kde se dříve nevyskytovaly. Na druhé straně jsou oblasti, které jsou zasaženy extrémním suchem. Obecně se soudí, že tyto projevy počasí jsou důsledkem globálního oteplování naší planety. Tyto abnormality počasí, zejména prudké deště a záplavy často vedou k tomu, že v postižených oblastech mají lidé problémy s destrukcí budov, zničením infrastruktury. Řada staveb je zničena i poté, co nasákne vlhkostí z podloží, i když samotný příval dešťové vody či záplavy ustoupily.



Obr. 1 Povodně v Olomouci

Studijní text

Jeden ze základních problémů techniky a fyziky stavebních materiálů je problematika transportu vlhkosti. Tento problém má řadu dalších aspektů, které souvisí se zdravím obyvatel (např. teplé a vlhké prostředí vede k rozmnožení mikroorganismů, plísní), problémy tepelné izolace budov (tepelná vodivost roste se zvyšující se vlhkostí, což má za následek vyšší energetické nároky na vytápění budov), tepelná pohoda v místnostech, stabilita budov.

Voda ve stavebních materiálech může být přítomna ve formě pevné látky (led), kapaliny nebo plynu (vodní pára). Poznamenejme, že 1 litr vody (asi 1 kg) po svém vypaření zaujímá objem 52 m^3 (místnost $4 \text{ m} \times 5 \text{ m} \times 2,6 \text{ m}$). Molekuly vody jsou vysoce polární, mají vysoké povrchové napětí a velkou tepelnou kapacitu. Průměr molekuly vody je malý, přibližně $0,28 \text{ nm}$.

Stavební materiály



Obr. 2 Příklady stavebních materiálů

Stavební materiály obsahují vlhkost z mnoha zdrojů:

- vlastní vlhkost získaná během výroby
- vlhkost v důsledku vlhkosti okolního vzduchu
- vlhkost získaná během deště
- vlhkost z půdy
- vlhkost z vnitřních prostor domu (vlhkost v obytných místnostech v důsledku aktivní činnosti obyvatel)

Každý materiál může obsahovat jen určité množství vlhkosti – hovoříme o tzv. křivce nasákavosti (vypařování) nebo také parciálním tlaku p_s , který závisí na teplotě. Závislost parciálního tlaku p_s na teplotě je vyjádřena Magnusovou křivkou, kterou můžeme popsat matematicky vztahem

$$p_s = a \left(b + \frac{\Theta}{100} \right)^n$$

Hodnoty konstant a, b : pro teplotní interval $-20\text{ °C} < \Theta < 0\text{ °C}$ je hodnota $a = 4,689\text{ Pa}$, $b = 1,486$, $n = 12,30$, v teplotním intervalu $0\text{ °C} < \Theta < 30\text{ °C}$ je $a = 288,68\text{ Pa}$, $b = 1,098$, $n = 8,02$.

Každý stavební materiál obsahuje póry (mezery). Tyto póry mohou být tvořeny izolovanými bublinami vzduchu (páry) nebo mohou být různě propojeny a na povrchu materiálu jsou otevřené. Takto je v materiálu vytvořena síť kanálů o různém průřezu. Pokud je průměr póru větší než 0,1 mm, potom hovoříme o “makropórech”. Je-li střední hodnota průměru póru větší než 0,3 mm, může být během deště vtlačena do těchto pórů voda.

Pro transport vlhkosti jsou nejvýznamnější póry o velikosti 0,1 mm až 0,1 μm . Tyto póry zajišťují kapilární transport vlhka materiálem. Póry o průměru menším než 0,1 μm jsou tzv. gelové póry a uplatňují se při velmi pomalém transportu vody v materiálu. Všechny stavební materiály tak můžeme rozdělit vizuálně na látky s velkými póry a s drobnými póry (když na ně kápneme vodu, buď se vsákne, nebo zůstane na povrchu). Schopnost nasáknout vodu je důležitá např. při práci s maltou, která obsahuje určitý díl vody. Je-li voda nasávána cihlou příliš rychle, znehodnotí to stavbu (drolivost).

U jemně porézních materiálů je voda do materiálů vtahována vlivem kapilárního tlaku. Se zvětšující se hloubkou průniku se mění viskózní proudový odpor vody, zvětšuje se. Proto také klesá výška h , do které voda v materiálu pronikne.

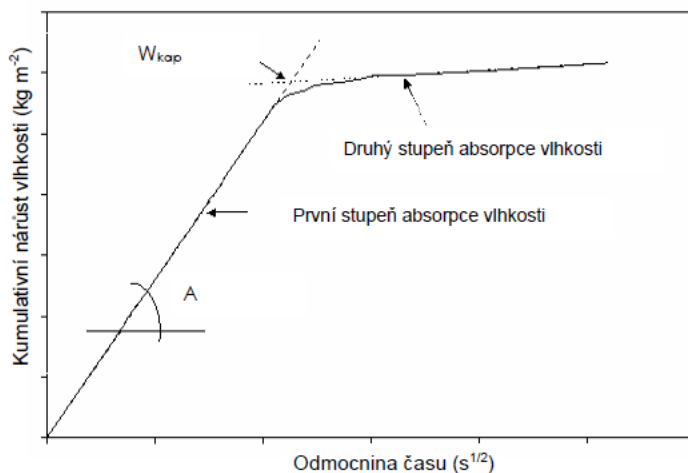
Laboratorní práce

Změřte a vypočítejte absorpční koeficient vody A

Absorpční koeficient vody je definován pomocí rovnice podle Schwarze [5]:

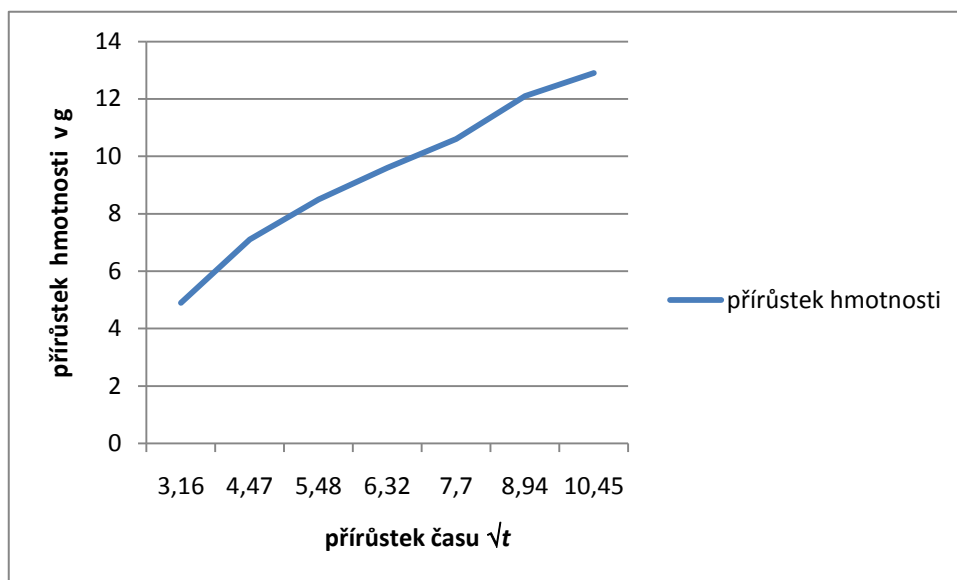
$$h = A_v \sqrt{t}, \quad m = A \sqrt{t},$$

kde m je množství absorbované vody kg/m^2 , A je absorpční koeficient vody ($\text{kg/m}^2\text{s}^{1/2}$). Na základě definice lze absorpční koeficient A určit pomocí směrnice křivky proložené naměřenými hodnotami a vnesenými do grafu (viz obrázek).



Obr. 3 Měření koeficientu absorpce

Převzato <http://tpm.fsv.cvut.cz/asw/software/files/absorpce.pdf>



přírůstek času (\sqrt{t}) (10 s)	3,16	4,47	5,48	6,32	7,7	8,94	10,45
přírůstek hmotnosti (g)	4,9	7,1	8,5	9,6	10,6	12,1	12,9
koeficient A	1,55	1,58	1,55	1,50			

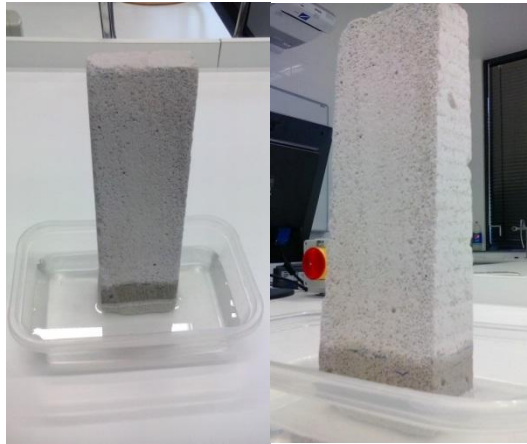
Praktická realizace experimentálního určení koeficientů A_v a m je velice jednoduchá. Vhodný kus stavebního materiálu postavíme do nádoby s vodou tak, aby voda sahala do výšky asi 2 cm. Měříme výšku výstupu vody v materiálu a přírůstek hmotnosti v závislosti na čase. Výšku výstupu vody měříme na různých místech, neboť vlivem nestejněměrné pórovitosti nevystoupí voda stejně vysoko. Výsledky měření vyneseme do grafu, vypočítáme příslušné koeficienty.

Použijte vztahy

$$h = A_v \sqrt{t}$$

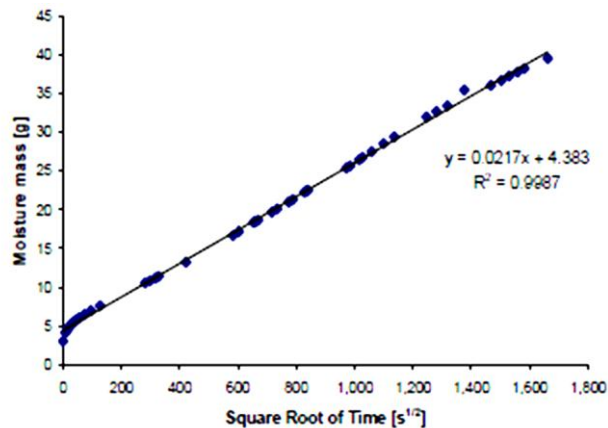
$$m = A \sqrt{t}$$

Určete hodnotu A pro různé materiály (YTONG, cihla, dřevo).



Obr. 4 Nasákavost Ytongu

Příklad naměřených hodnot



Diskuse

1. Porovnejte výsledky pro různé materiály.
2. Pomocí Internetu vyhledejte informace o měřených materiálech. Porovnejte je.
3. Jaké další ne-destruktivní metody lze použít pro studium vlastností stavebních materiálů? (radiace, ultrazvuk, transmisie, optické metody)

V technické praxi se používá celá řada jiných metod nedestruktivního zkoumání vlastností stavebních materiálů. Jsou to radiografické metody (použití rentgenového záření, γ -záření), akustické metody (použití ultrazvuku, transmisní rezonanční metody), optické metody atd. Je třeba zkoumat nejen mechanické a chemické vlastnosti (tvrdost, pevnost, složení), ale také tepelnou vodivost, elektrickou vodivost, lom světla, opracovatelnost

stavebnin. Zkoumání těchto vlastností již vyžaduje speciální technické vybavení a pro aplikaci v žákovské laboratoři popř. při domácích pokusech je příliš náročné.

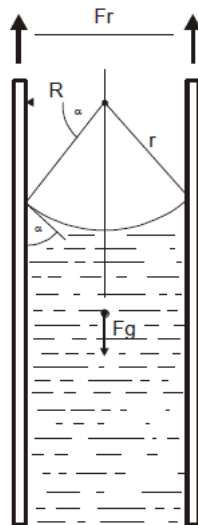
Ytong jako zkoumaný materiál patří v současné době k nejpoužívanějším „ekologickým“ stavebninám. Skládá se z písku, vody, vápna, cementu, hliníkového prášku. Při výrobě 1 m³ Ytongu objemové hmotnosti 0,4 se spotřebuje jen 300 kWh energie. Všechny zbytky lze recyklovat na granulát. Základní parametry Ytongu jsou tyto: koeficient prostupu tepla $k = 0,54 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$, koeficient tepelné vodivosti $\lambda = 0,16 \text{ W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$, tepelný odpor $R = 1,87 \text{ m}^2\cdot\text{K}\cdot\text{W}^{-1}$. Ytong je nehořlavý.

Problémová otázka: Je možné stanovit velikost pórů v materiálu na základě měření provedených v rámci laboratorní práce?

Kapilarita

Změny výšky hladiny v kapiláře jsou spojeny s existencí kapilárního tlaku. Kapilární tlak vzniká v důsledku zakřivení povrchu kapily. V případě kapilární elevace (kapalina smáčí stěny nádoby) vystoupí kapalina do takové výšky h , aby hydrostatický tlak, který je dán odpovídajícím sloupcem kapaliny výšky h byl stejný jako kapilární tlak. Má-li kapalina hustotu ρ , lze tuto podmínku vyjádřit pomocí rovnice

$$F_R = F_G$$



Obr. 6 Řez kapilárou

Vyjádříme-li obě síly v uvedené rovnici pomocí poloměru kapiláry, hustoty vody a povrchového napětí, dostáváme výraz

$$2\pi R\sigma = h_{\max}\pi R^2\rho g$$

$$h_{\max} = \frac{2\sigma}{\rho Rg}$$

Víme, že $\rho = 1000 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$, $\sigma = 0,0727 \text{ N}\cdot\text{m}$, $g = 9,81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$. Po dosazení je výsledek roven

$$h_{max} = \frac{14,8}{R} \text{ mm}^2$$

Známe-li výšku výstupu vody v daném materiálu (byla změřena během laboratorní práce), lze určit velikost pórů (kapilár) v daném materiálu.

Pro náš materiál (YTONG) : výška výstupu 37 mm, po dosazení $R = 0,4$ mm.

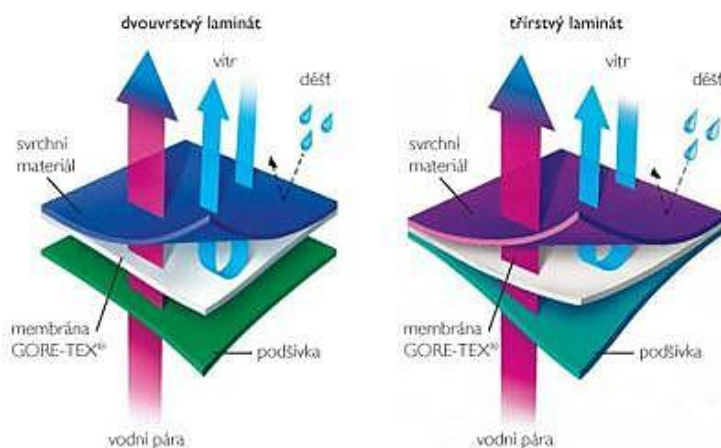
Úkol:

Stanovte velikost pórů v měřených materiálech. Lze je zařadit mezi vodu absorbující materiály?

Najděte příklady materiálů z každodenního života, které vodu absorbují a které vodu odpuzují.



Obr. 7 Ošetření povrchu materiálů proti nasákavosti (<http://www.ultrananotech.cz/fotogalerie/>)



Obr. 8 Vodě odolný materiál gore tex (<http://jumpsport.cz/poradna/co-je-to-material-gore-tex>)

Příklad 2 – Nanotechnologie – model fullerenu

Využití mezipředmětových vztahů – matematika (povrchy těles, trojúhelník, mnohoúhelníky), fyzika (nanomateriály), chemie (uhlík), technika (využití nanomateriálů), biologie, výtvarná výchova, pracovní výchova

Aktivity – žáci rozpoznají příklady nových technologií, seznámí se základem nanotechnologií – fullereny, vytvoří model molekuly fullerenu, umí identifikovat strukturu fullerenu, umí vypočítat geometrické parametry fullerenu a umí popsat aplikace fullerenu

Motivace

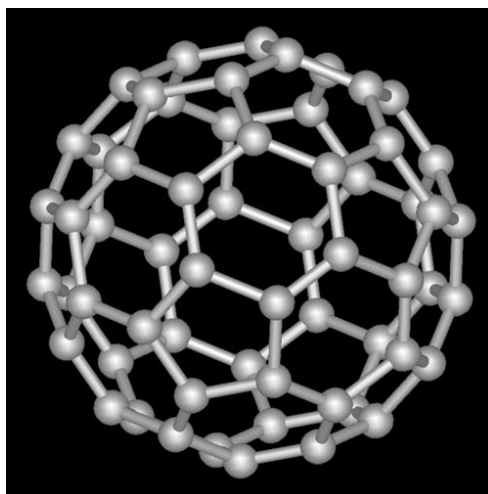
Žáci si zopakují důležité pojmy z matematiky – trojúhelník, mnohostrán, součet úhlů v mnohostránu. Žáci odpovídají na otázky, co si představují pod pojmem nanotechnologie. Co je společné pro grafit, diamant a fulleren? V čem je fulleren zvláštní? Učitel podá stručnou informaci o počátcích nanotechnologií, fullerenech.

Práce ve skupinách: Žáci jsou rozděleni do skupin po 2 až 3 žácích. Každá skupina má za úkol vyhledat na internetu informace o fullerenech a třídit je. Výsledky své aktivity prezentují následující vyučovací hodinu.

Cíl aktivity - příprava modelu fullerenu.

Studijní text

Fulleren je molekula vytvořená z uhlíkových atomů, která má tvar dutého míče, elipsoidu nebo trubičky (nanotrubička). Svoji strukturou se podobá grafitu, může ale mít i pětiúhelníková či osmiúhelníková oka. Název je odvozen podle jména inženýra Buckminstera Fullera, který konstruoval stavby podobného tvaru. Fullereny jsou třetí modifikací uhlíku vedle grafitu a diamantu. Jsou to molekuly vytvořené z uhlíku (počet atomů nesmí být menší než 20), buď ve tvaru duté sféry, elipsoidu nebo plochy. Sférické fullereny jsou nazývány buckyballs popř. buckytubes – více na <http://fulerenai.tikra.info/teorija/kas-vra-fulerenai/#sthash.d0gd7pp4dpuf>.



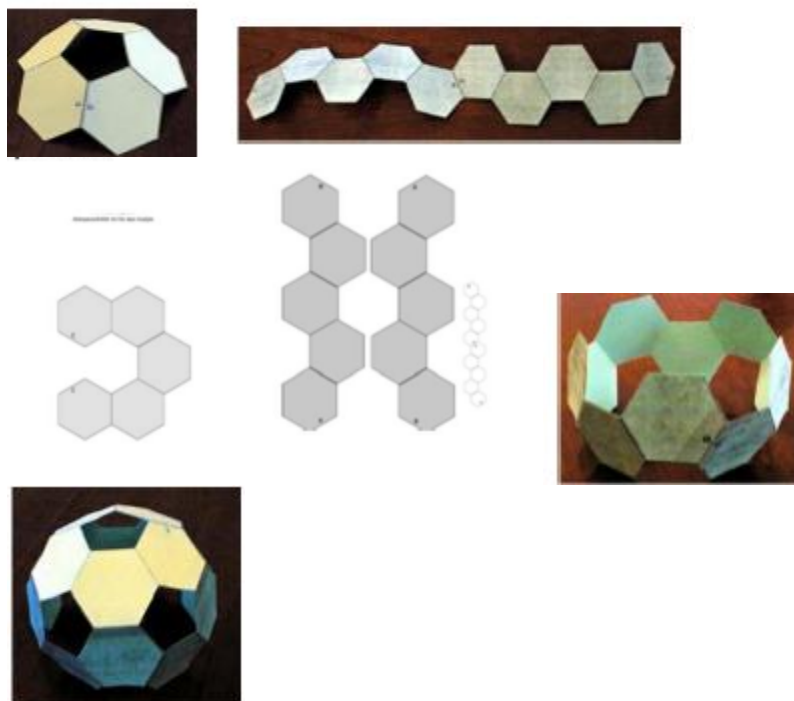
Obr. 9 Model fullerenu (<https://cs.wikipedia.org/wiki/Fullereny#/media/File:Fullerene-C60.png>)

Fulleren C60 má stejná tvar jako fotbalový míč. Má 32 povrchů, z nichž 20 je jednoduchých šestiúhelníků a 12 pětiúhelníků. Tyto plochy jsou spojeny v 60 bodech. V těchto bodech je vždy atom uhlíku.

Laboratorní práce - výroba papírového model fullerenu (bude se skládat ze 20 šestiúhelníků, 12 pětiúhelníků zůstane prázdných).

Postup práce

1. Připravte kopie předloh v příloze 1 a 2.
2. Vystříhněte tvar z první stránky.
3. Slepte místa označená C.
4. Dejte pozor, aby 5 šestiúhelníků kolem pětiúhelníku vytvořilo dutý prostor.
5. Stejně postupujte s druhou kopií této stránky.
6. Vystříhněte tvar z druhé stránky. Získáte dva pásy, každý z nich vytvořený z 5ti šestiúhelníků.
7. Pomocí lepicí pásky spojte rohy označené písmenem A se stejným rohem na druhém pásku.
8. Spojte rohy označené B.
9. Spojte části z první stránky s částí, kterou jste právě dokončili. Postupujte podle obrázku.
10. Stejně postupujte i s dalšími částmi z první stránky.
11. Dokončete model C60.



Nanotechnologie – fullereny

Rozvoj nanotechnologií odstartoval objev fullerenu v roce 1985 – vznikl nejen nový vědní obor, ale také ovlivnil mnoho dalších věd – fyziku, chemii, biologii. Objev fullerenu byl tak významný, že byl v roce 1990 oceněn Nobelovou cenou. Fullereny jsou jedním z běžných tvarů nanomateriálů společně s nanokompozity, nanočásticemi, keramikou, uhlíkovými nanotrubičkami a tenkými vrstvami. Fullereny jsou zajímavé tím, že uvnitř každého uhlíkového “míče” je vytvořen prázdný prostor, do kterého lze na základě vlastností kapilarity, vložit atomy a molekuly jiných látek. Jsou syntetizovány a zkoumány molekuly fullerenů, které obsahují různý počet atomů uhlíku – 36 až 540.

Fulleren C60 byl objeven jako první a je nejlépe prozkoumaný. Má nejvíce kulatou a symetrickou molekulu z dosud známých modifikací. Skládá se ze 60 uhlíkových atomů uspořádaných ve tvaru dotýkajících se dvou šestiúhelníků a jednoho

pětiúhelníku. V molekule C₆₀ je počet šestiúhelníků 20 a pětiúhelníků 12. Každý pětiúhelník se dotýká jen šestiúhelníků a každý šestiúhelník má tři stěny s šestiúhelníky a tři s pětiúhelníky. Stejný tvar má evropský fotbalový míč. Další vlastnosti: molekula má průměr asi 0,7-1,5 nm a tloušťku jednoho atomu uhlíku, z pohledu chemie i fyziky je velmi stabilní (disociuje až při teplotě 1000 °C), má větší modul pružnosti než jakákoliv jiná známá dvourozměrová struktura, má nejvyšší hustotu ze všech známých struktur, za normálních podmínek není prostupný pro všechny prvky s výjimkou helia s energií 5 eV, atomy železa a vodíku se mohou vázat a vytvoří složité velké molekuly, má nízkou kritickou teplotu, proto vykazuje vlastnosti supervodivosti, C₆₀ vytváří žluté krystaly, je-li rozpuštěn, mění barvu na fialovou.

Další úkoly

Vyhledejte a uspořádejte informace o fullerenech z internetu, zaměřte se na tyto okruhy problémů:

- Jak byly fullereny objeveny – historie objevu fullerenů
- Objevitelé – vědci, kteří objevili fullereny (Harold H.Kroto, Robert F.Curl, Richard E.Smalley)
- Nobelova cena – kdy, kdo a za co byla udělena
- Druhá Nobelova cena – další ocenění, které je spojeno s fullereny – grafen, jeho objev a možnosti použití
- Význam objevu - jaký je význam objevu fullerenu pro vědu a lidstvo, jaké nové možnosti otevírá
- Co jsou to fullereny – teorie, definice, příklady, ilustrace
- Původ pojmu – odkud se vzal název nové látky
- Aplikace – jaké jsou aplikace fullerenů nyní a jaké jsou možnosti pro budoucnost
- Typy fullerenů – popis různých druhů fullerenů
- Jaký je součet úhlů v mnohoúhelníku $s = (n - 2) \cdot 180$, n – počet úhlů nebo stran, velikost úhlů v pětiúhelníku, šestiúhelníku

Rozšiřující informace

Na obrázcích vidíte příklady pravidelných pětiúhelníků, které nacházíme v přírodě. Uveďte více příkladů pravidelných mnohoúhelníků, které se nachází v přírodě.



Obr. 10 Pětúhelníky v přírodě (květ, nařezaný špalek, hvězdice, Pentagon)

Na obrázcích vidíte příklady pravidelných šestiúhelníků, které najdeme v přírodě. Najděte další příklady pravidelných šestiúhelníků, které lze najít v přírodě.



Obr. 11 Šestiúhelníky v přírodě (plástev, grafen, čínský pavilion)

Závěr

V příspěvku jsou ukázány dva příklady materiálů, které by měly inspirovat učitele ke vzájemné spolupráci. Matematika je začleněna do přírodovědného obsahu. Materiály mohou být využity ve výuce jako celek nebo po částech dle potřeby. Další témata najdete na stránkách projektu ve všech jazycích zúčastněných zemí. Proto se také nabízí možnost využít tyto materiály při výuce na dvojjazyčných školách při výuce v angličtině, němčině. Pokud budete mít další náměty či připomínky, je možné kontaktovat autora příspěvku prostřednictvím uvedeného e-mailu.

Příspěvek vznikl s podporou projektu 539242-LLP-I-2013-I-AT-COMENIUS-CMP „Materials for Teaching Together: Science and Mathematics Teachers Collaborating for Better Results“.

Literatura a další zdroje

[1] <http://www.mat2smc-project.eu/>

[2] HOLUBOVÁ, R.: *Průvodce laboratoří FYZEXPO*. Repronis 2012.

[3] HOLUBOVÁ, R.: *Integrace přírodovědných předmětů a pregraduální příprava učitelů*. In: Zelenický, L. (ed): *Rozvoj schopností žiaků v přírodovednom vzdelávaní – Sborník příspěvků z mezinárodní konference DIDFYZ 06*. Nitra: Univerzita Konstantína Filozofa, 2007. ISBN 978-80-894-082-9.

[4] PIENTKA, H.: *Versuche mit Bauwerkstoffen*. Praxis der Naturwissenschaften-Physik in der Schule, 7(50), 2001.

[5] SCHWARZ, B.: *Capillary water absorption of building materials*. Gesundheits-Ingenieur 08/1972; 93(7):206-11.

[6] <http://www.ultrananotech.cz/fotogalerie/>

[7] <http://jumpsport.cz/poradna/co-je-to-material-gore-tex>

Příloha: šablony k vystřížení pro zhotovení modelu fullerenu

